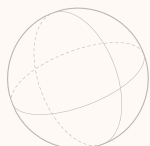
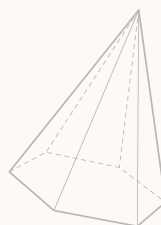


$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$



$$P_c = 2(ab + bc + ca)$$



$$P_b = 2\pi r h$$



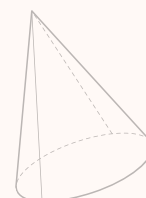
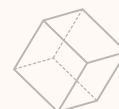
Stereometria

Bezpłatne notatki i zadania maturalne

POZIOM PODSTAWOWY

Zgodnie z nową formułą 2023

$$P_c = 2\pi r(r + h)$$



*Konkursy i nagrody na
naszym Discordzie!*

www.tumatura.pl

Spis treści

Co dla Ciebie przygotowaliśmy?

1	O nas, projekt <u>TuMatura</u>	str 3
2	Wymogi CKE	str 4
3	Stereometria	str 5-26
	Karta wzorów	str 5-8
	Graniastostupy	str 9-15
	Walec, stożek i kula	str 16-18
	Przykłady zadań maturalnych	str 19-26

Psss... sprawdź resztę naszych notatek na stronie TuMatura.pl

Kochani Maturzyści!

Cieszymy się, że sięgnęliście po nasze pomoce naukowe. Życzymy Wam miłej nauki i mamy nadzieję, że nauka matematyki okaże się dla Was przyjemnością. Piszcie do nas śmiało i korzystajcie z tuMATURY! Cieszymy się, że sięgnęliście po nasze pomoce naukowe. Życzymy Wam miłej nauki i mamy nadzieję, że nauka matematyki okaże się dla Was przyjemnością. Piszcie do nas śmiało i korzystajcie z tuMATURY!

POWODZENIA! PAMIĘTAJCIE – ROZWIJAMY SIĘ DLA WAS. MOŻECIE NA NAS LICZYĆ.



Obniżamy koszt przygotowania się do matury w Polsce

Czytasz notatki stworzone przez **Fundację Kanał Studencki** w ramach projektu **Tumatura**.

Jeśli uważasz nasze materiały za wartościowe – **weź udział w anonimowym badaniu** i pomóż nam zmierzyć, ile kosztuje przygotowanie się do zdania matury w Polsce.

Anonimowa ankieta

Ile kosztuje przygotowanie się do matury w Polsce?

Odpowiedz

Przejrzysta teoria



Korzystasz z wersji wydrukowanej?
Zeskanuj kod QR i weź udział w badaniu!

Studenckie typy i rady

Zadania maturalne

Wytłumaczone karty wzorów



CHECKLISTA WYMAGAŃ SZCZEGÓŁOWYCH - CKE



STUDENCKI TIP OD OLI

Zastanów się, co już umiesz, a co jeszcze wymaga przećwiczenia.
Warto zaglądać tu raz na jakiś czas – wtedy lepiej widzisz postęp!

UCZEŃ...

- 1 ☐ rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;
- 2 ☐ rozpoznaje w graniastopach i ostrostopach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;
- 3 ☐ posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;
- 4 ☐ oblicza objętości i pola powierzchni graniastopów, ostrostopów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii;
- 5 ☐ wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.



Wierzę w Ciebie!

NAZWA

WZÓR

— POLE CAŁKOWITE
PROSTOPADŁOŚCIANU

$$P_c = 2(ab + bc + ca)$$

— OBJĘTOŚĆ
PROSTOPADŁOŚCIANU

$$V = abc$$

— POLE BOCZNE
GRANIASTOŚLUPA

$$P_b = Ob \cdot h$$

— OBJĘTOŚĆ
GRANIASTOŚLUPA

$$V = P_p \cdot h$$

— OBJĘTOŚĆ OSTROŚLUPA

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot h$$

— POLE BOCZNE WALCA

$$P_b = 2\pi r h$$

— POLE CAŁKOWITE WALCA

$$P_c = 2\pi r(r + h)$$

— OBJĘTOŚĆ WALCA

$$V = \pi r^2 h$$

— POLE BOCZNE STOŻKA

$$P_b = \pi r l$$

— POLE CAŁKOWITE STOŻKA

$$P_c = \pi r(r + l)$$

— OBJĘTOŚĆ STOŻKA

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

— POLE CAŁKOWITE KULI

$$P_c = 4\pi r^2$$

— OBJĘTOŚĆ KULI

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

KARTA WZORÓW

TAKĄ KARTĘ DOSTANIESZ NA MATURZE!

NA CO ZWRÓCIĆ UWAGĘ?

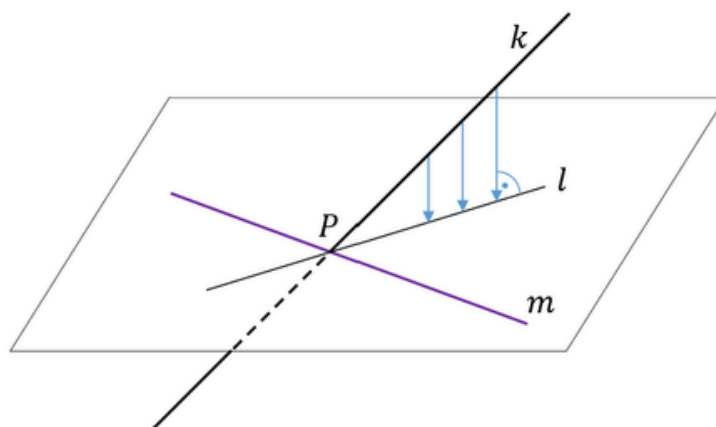
Legenda

Ważne Wzorki

- Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych

Prosta k przebija płaszczyznę w punkcie P pod kątem ostrym. Prosta l jest rzutem prostokątnym prostej k na tę płaszczyznę. Prosta m leży na tej płaszczyźnie i przechodzi przez punkt P .

Wówczas prosta m jest prostopadła do prostej k wtedy i tylko wtedy, gdy m jest prostopadła do prostej l .



Przyjmujemy oznaczenia:

P_c – pole powierzchni całkowitej

P_p – pole podstawy

P_b – pole powierzchni bocznej

V – objętość

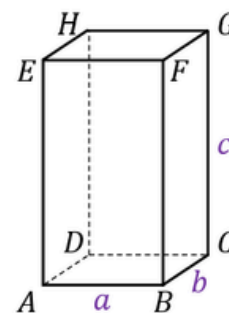
- Prostopadłościan

$$P_c = 2(ab + bc + ca)$$

$$V = abc$$



gdzie a , b , c są długościami krawędzi prostopadłościanu



KARTA WZORÓW

TAKĄ KARTĘ DOSTANIESZ NA MATURZE!

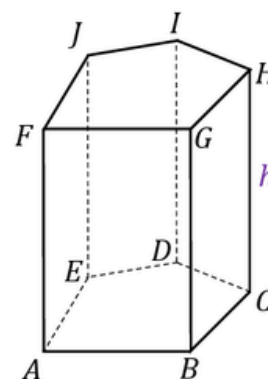
NA CO ZWRÓCIĆ UWAGĘ?

- Graniastosłup prosty

$$P_b = Ob \cdot h$$

$$V = P_p \cdot h$$

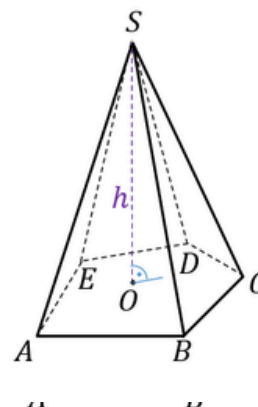
gdzie Ob jest obwodem podstawy graniastosłupa, natomiast h – wysokością graniastosłupa.



- Ostrosłup

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot h$$

gdzie h jest wysokością ostrosłupa.



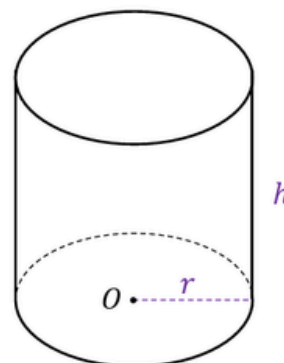
- Walec

$$P_b = 2\pi r h$$

$$P_c = 2\pi r(r + h)$$

$$V = \pi r^2 h$$

gdzie h jest wysokością walca, O – środkiem symetrii podstawy walca, r – promieniem podstawy walca.



KARTA WZORÓW

TAKĄ KARTĘ DOSTANIESZ NA MATURZE!

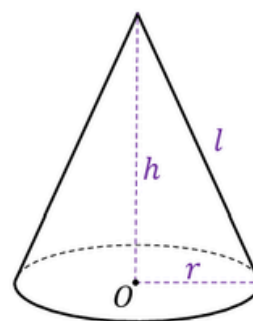
NA CO ZWRÓCIĆ UWAGĘ?

- Stożek

$$P_b = \pi r l$$

$$P_c = \pi r(r + l)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

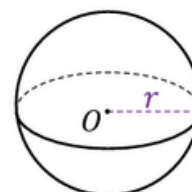


gdzie r jest promieniem podstawy stożka, h – jego wysokością, natomiast l – tworzącą stożka. Punkt O jest środkiem symetrii podstawy stożka.

- Kula

$$P_c = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



gdzie r jest promieniem kuli, natomiast O – środkiem symetrii kuli.

1

Graniastosłupy

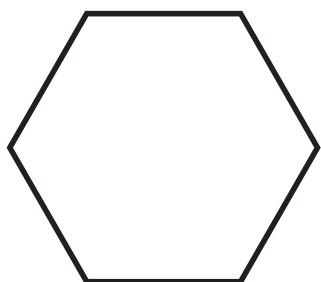
CZYM ZAJMUJE SIĘ STEREOMETRIA

Stereometria to dział geometrii zajmujący się badaniem figur przestrzennych (trójwymiarowych), takich jak bryły i ich własności.

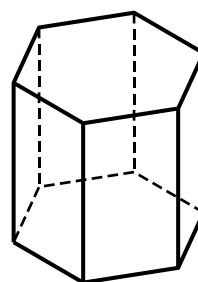
KILKA PODSTAWOWYCH DEFINICJI

Płaszczyzna – nieskończona powierzchnia rozciągająca się w dwóch wymiarach.

Wielokąt – figura zamknięta utworzona przez odcinki, leżąca w jednej płaszczyźnie. **Wielokąt foremny** to wielokąt, który ma wszystkie boki i kąty równe np. sześciokąt



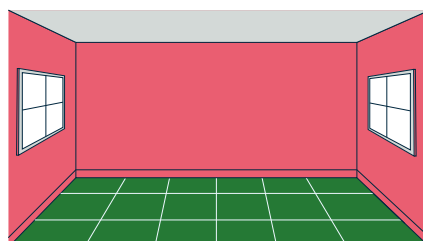
Bryła – trójwymiarowa figura geometryczna ograniczona powierzchniami. np. graniastosłup o podstawie sześciokąta



Objętość – miara przestrzeni zajmowanej przez bryłę. Czyli np. ile wody zmieści się w tej butelce. Podajemy w jednostkach sześciennej

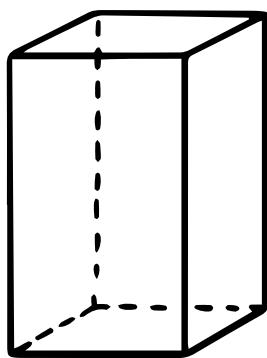


Pole powierzchni – suma pól wszystkich ścian danej bryły. Czyli np. ile potrzebujemy tapety aby okleić wszystkie ściany. Podajemy w jednostkach kwadratowych

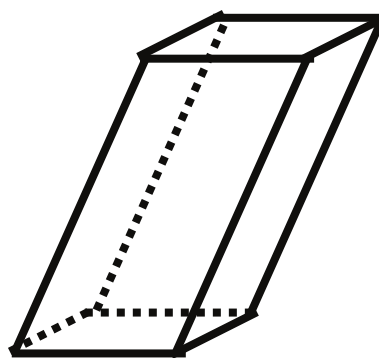


Graniastosłup – bryła mająca dwie równoległe, przystające podstawy i ściany boczne będące równoległobokami.

Graniastosłup prosty – to graniastosłup, którego ściany boczne są prostopadłe do podstawy.



Graniastosłup pochyły – to graniastosłup, którego ściany boczne nie są prostopadłe do podstawy i są równoległobokami.

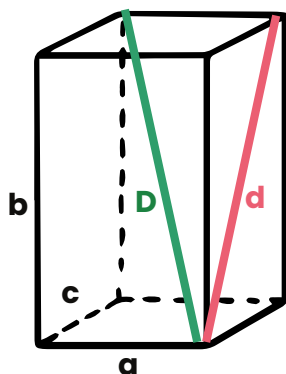


Graniastosłup prawidłowy – to graniastosłup prosty, który ma w podstawie wielokąt foremny.

Mamy też szczególne graniastosłupy:

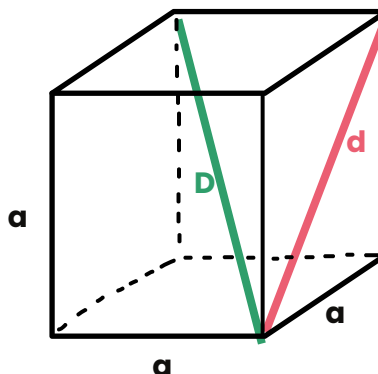
Prostopadłościan

- Graniastosłup czworokątny
- 6 prostokątnych ścian
- Pole powierzchni: $P=2(ab+bc+ac)$
- Objętość: $V=a*b*c$
- Przekątne ścian zależą od wymiarów danej ściany
- Przekątna bryły: $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$



Sześcian

- Graniastosłup prawidłowy czworokątny
- 6 identycznych kwadratowych ścian.
- 12 równych krawędzi.
- Pole powierzchni: $P=6a^2$
- Objętość: $V=a^3$
- przekątna ściany bocznej $d= a\sqrt{2}$
- przekątna bryły $a\sqrt{3}$



PRZYKŁAD 1

Dany jest graniastosłup prawidłowy, w podstawie ma sześciokąt. Pole jednej podstawy wynosi $24\sqrt{3}$. A wysokość graniastosłupa wynosi 6. Oblicz pole całkowite graniastosłupa oraz objętość.

1. Wyliczamy ile wynosi bok w podstawie.

Pole sześciokąta możemy potraktować jako 6 trójkątów równobocznych stąd wzór to $6 \cdot \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right)$ i przyrównujemy go do $24\sqrt{3}$.

$$6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 24\sqrt{3}$$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

$$a^2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

$$a = 4$$

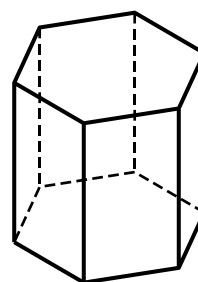
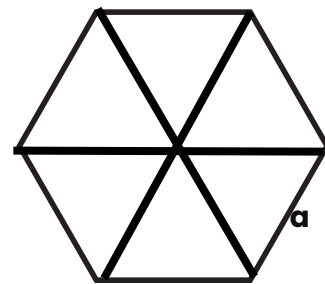
2. Znając pole podstawy oraz wysokość obliczamy objętość.

$$V = 24\sqrt{3} \cdot 6 = 144\sqrt{3}$$

3. Obliczamy pole boczne a następnie pole całkowite

$$P_b = 6 \cdot a \cdot H = 6 \cdot 4 \cdot 6 = 144$$

$$P_c = 2 \cdot 24\sqrt{3} + 144 = 48\sqrt{3} + 144$$



PRZYKŁAD 2: DLA CIEBIE

Dany jest graniastosłup prawidłowy, w podstawie ma kwadrat. Pole jednej podstawy wynosi 36. A wysokość graniastosłupa wynosi 6. Oblicz pole całkowite graniastosłupa oraz objętość.



PRZYKŁAD 3

Dany jest graniastosłup prawidłowy, w podstawie ma sześciokąt. Pole jednej podstawy wynosi $6\sqrt{3}$. A wysokość graniastosłupa wynosi 8. Wyznacz $\sin$ kąta przedstawionego na rysunku

Aby obliczyć $\sin$ kąta potrzebujemy miarę boku H oraz y. H mamy podane i wynosi 8 a y możemy obliczyć z twierdzenia pitagorasa kiedy obliczymy bok x.

Do obliczenia boku x wykorzystamy informacje o polu podstawy.

1. Obliczamy miarę a

$$6 \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3} \quad a^2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \quad a = 2$$

2. Zauważamy, że bok $x = 2a$ ze względu na to, że sześciokąt foremny można podzielić na 6 trójkątów równobocznych

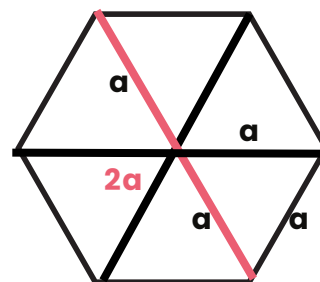
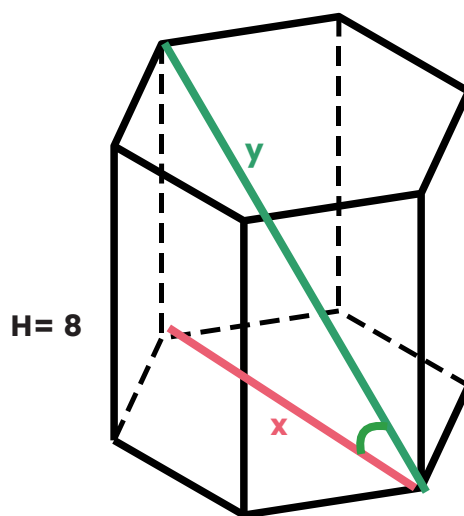
$$x = 2a = 4$$

3. Mając bok H i x obliczamy miarę kąta y

$$8^2 + 4^2 = y^2 \quad 64 + 16 = 80 \quad y = 4\sqrt{5}$$

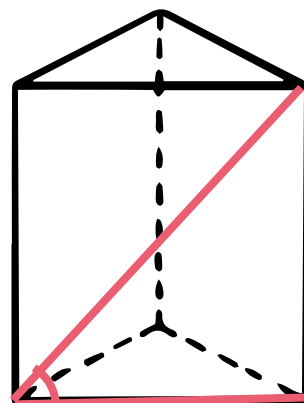
4. Teraz możemy obliczyć $\sin$ kąta zaznaczonego na rysunku

$$\sin \alpha = \frac{H}{y} = \frac{8}{4\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$



PRZYKŁAD 4: DLA CIEBIE

Dany jest graniastosłup prawidłowy, w podstawie ma trójkąt. Pole jednej podstawy wynosi $2\sqrt{3}$. A wysokość graniastosłupa wynosi 3. Wyznacz $\cos$ kąta przedstawionego na rysunku



2

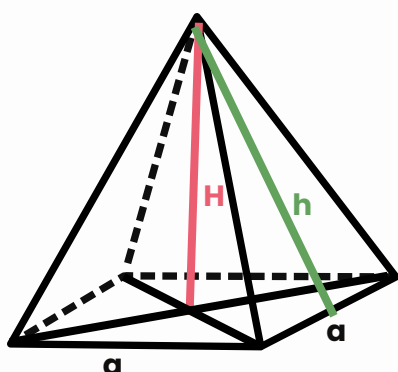
Ostrosłupy

CZYM SĄ OSTROŚŁUPY

Ostrosłup – wielościan, którego podstawa jest wielokątem, a wszystkie ściany boczne to trójkąty mające wspólny wierzchołek

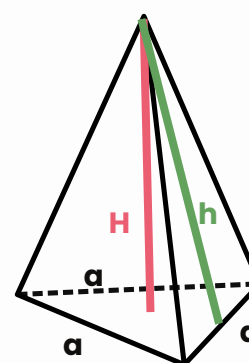
Ostrosłup prawidłowy czworokątny

- Podstawa jest kwadratem
- Wysokość ostrosłupa pada na środek podstawy
- Wszystkie krawędzie boczne są równej długości.
- Objętość: $\frac{1}{3} \cdot H \cdot a^2$
- Pole całkowite: $a^2 + 2 \cdot a \cdot h$



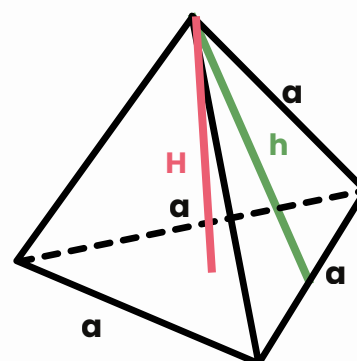
Ostrosłup prawidłowy trójkątny

- Podstawa jest trójkątem równobocznym
- Wysokość ostrosłupa pada na środek podstawy
- Wszystkie krawędzie boczne są równej długości.
- Objętość: $\frac{1}{3} \cdot H \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$
- Pole całkowite: $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$



Czworościan foremny

- szczególnie ostrosłup prawidłowy
- Każda ściana boczna jest trójkątem równobocznym
- Podstawa jest wielokątem foremnym
- Wszystkie krawędzie są jednakowej długości
- Objętość: $\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$
- Pole całkowite: $a^2 \sqrt{3}$



PRZYKŁAD 1

Dany jest ostrosłup prawidłowym czworokątnym krawędź boczna ma długość 5, a krawędź podstawy 6 cm. Wówczas cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy jest równy:

1. Zaznaczamy kąt, którego cosinus musimy obliczyć

2. Znamy już długość odcinka b – jest to połowa boku a

$$b = \frac{1}{2} \cdot a = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

3. Aby obliczyć wysokość ściany bocznej skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa

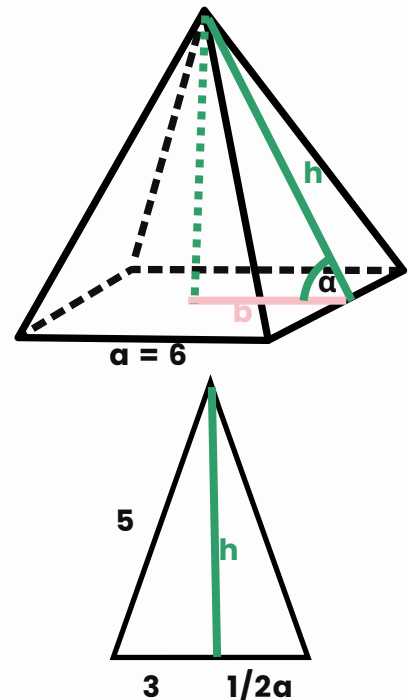
$$5^2 = 3^2 + h^2$$

$$25 - 9 = 16$$

$$h = 4$$

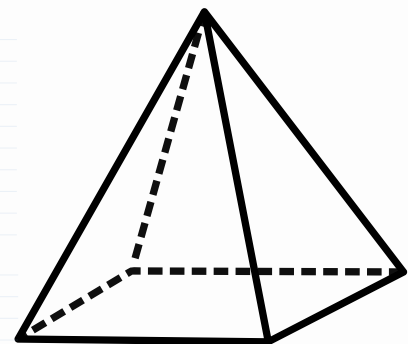
4. Liczymy cosinus

$$\cos \alpha = \frac{b}{h} = \frac{3}{4}$$



PRZYKŁAD 2: DLA CIEBIE

Dany jest ostrosłup prawidłowym czworokątnym krawędź boczna ma długość 10. Stosunek długości krawędzi bocznej do przekątnej podstawy jest równy 5:2. Oblicz sinus kąta nachylenia krawędzi bocznej do podstawy.



PRZYKŁAD 3

Ściana boczna ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° . Krawędź boczna ma długość 6. Oblicz objętość ostrosłupa.

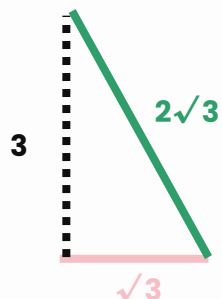
1. Zaznaczamy kąt $\alpha = 60^\circ$

2. Do obliczenia objętości potrzebujemy miarę H i pole podstawy. To drugie możemy obliczyć wiedząc, że $a = 6$

$$P_p = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$P_p = 9\sqrt{3}$$

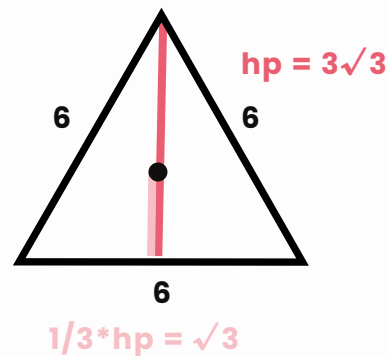
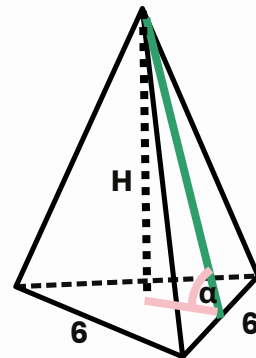
2. H możemy obliczyć wykorzystując trójkąt 30,60,90



3. Obliczamy objętość

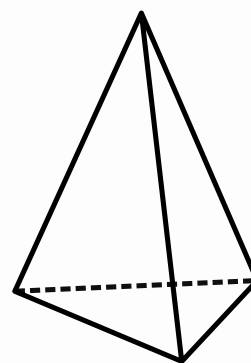
$$V = \frac{1}{3} * P_p * H$$

$$V = \frac{1}{3} * 9\sqrt{3} * 3 = 9\sqrt{3}$$



PRZYKŁAD 4: DLA CIEBIE

Krawędź ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45° . Krawędź boczna ma długość 9. Oblicz pole całkowite ostrosłupa.



3

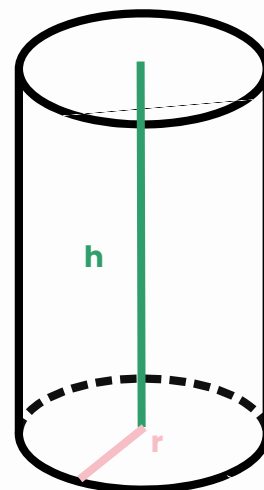
Walec, stożek i kula

CZYM JEST WALEC

Walec – bryła geometryczna mająca dwie identyczne, równoległe podstawy w kształcie koła oraz powierzchnię boczną w kształcie prostokąta zwiniętego wokół osi walca.

Własności:

- Ma dwie równoległe podstawy w kształcie koła.
- Oś walca to odcinek łączący środki obu podstaw.
- Objętość: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$
- Pole podstawy: $P_p = \pi \cdot r^2$
- Pole powierzchni całkowitej: $P = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h$



PRZYKŁAD 1

Podstawa walca ma promień równy 3. Wysokość jest równa 12. Oblicz objętość walca.

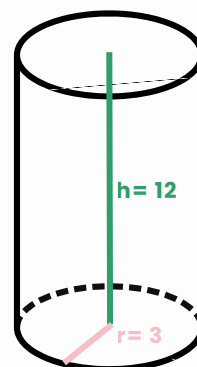
1. Podstawiamy dane do wzoru

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \pi \cdot 9 \cdot 12$$

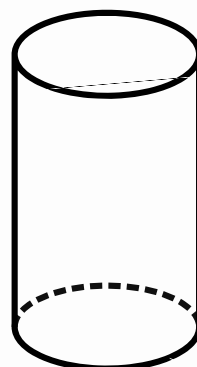
$$V = 108\pi$$

Odpowiedź: 108π



PRZYKŁAD 2: DLA CIEBIE

Pole boczne walca jest równe 42π . Wysokość ma 7. Oblicz promień podstawy.

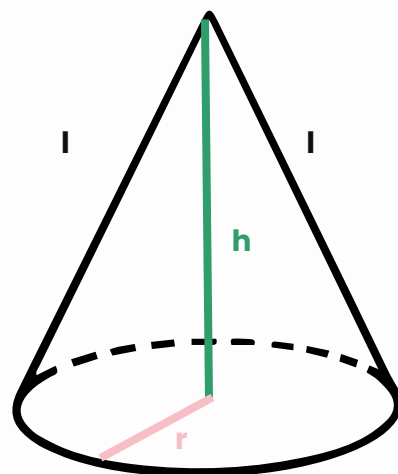


CZYM JEST STOŻEK

Stożek – bryła mająca podstawę w kształcie koła i wierzchołek, do którego zbiegają się wszystkie punkty powierzchni bocznej.

Własności:

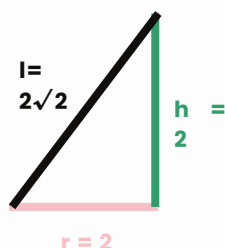
- Ma podstawę w kształcie koła i wierzchołek, do którego zbiegają się wszystkie punkty powierzchni bocznej.
- Powierzchnia boczna jest wycinkiem koła.
- Oś stożka to odcinek łączący środek podstawy z wierzchołkiem.
- Objętość: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
- Pole podstawy: $P_p = \pi r^2$
- Pole całkowite: $P_c = \pi r^2 + \pi r l$



PRZYKŁAD 1

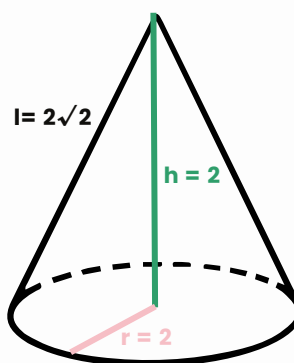
Trójkąt prostokątny równoramienny o przyprostokątnych 2 obracamy tworząc stożek. Oblicz pole całkowite tego stożka.

1. wyznaczamy długość l z trójkąta 45,45,90



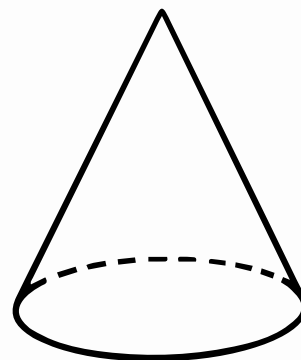
2. Obliczamy pole całkowite ze wzoru

$$\begin{aligned} P_c &= \pi r^2 + \pi r l \\ P_c &= \pi \cdot 4 + \pi \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} \\ P_c &= 4\pi + 4\sqrt{2}\pi \end{aligned}$$



PRZYKŁAD 2: DLA CIEBIE

Wysokość stożka ma 3, a średnica podstawy 4 cm. Oblicz objętość stożka.



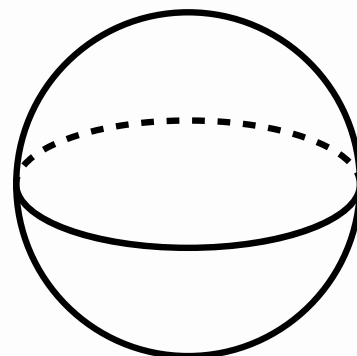
STUDENCKI TIP OD EMI

Pamiętaj średnica to dwa promienie

Kula – bryła powstała przez obrót koła wokół jego średnicy, w której wszystkie punkty na powierzchni są równo oddalone od środka.

Własności:

- Wszystkie punkty na powierzchni są równo oddalone od środka
- Środek kuli to punkt, z którego wszystkie promienie są równe.
- Nie ma krawędzi ani wierzchołków.
- Objętość: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$
- Pole powierzchni: $P = 4 \pi r^2$



PRZYKŁAD 1

Dana jest poniższa figura powstała z połączenia półkuli i walca. Oblicz objętość tej bryły, wiedząc że promień jest równy 3. A stosunek wysokości walca do promienia jest równy 3:1.

1. Liczymy objętość walca 2. Liczymy objętość kuli

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = 9\pi \cdot 9$$

$$V = 81\pi$$

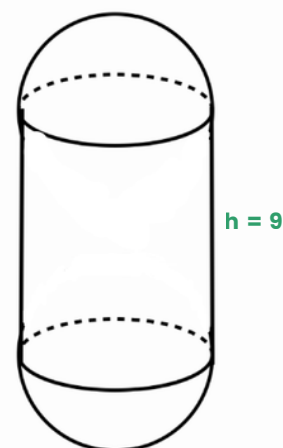
$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 27 \pi$$

$$V = 36\pi$$

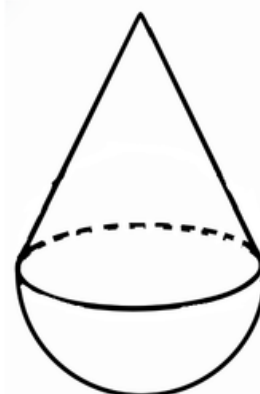
3. Dodajemy obie wartości.

$$V = 36\pi + 81\pi = 117\pi$$



PRZYKŁAD 2: DLA CIEBIE

Dana jest poniższa figura powstała z połączenia półkuli i stożka. Oblicz pole powierzchni tej bryły, wiedząc że promień jest równy 2. A tworząca (l) stożka jest równa 3.



Przykłady zadań maturalnych

Jeśli potrzebujesz więcej przykładów, możesz zapisać się na nasze laby :)

Zadanie 1.

Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny, w którym krawędź podstawy ma długość 15. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej tego graniastosłupa jest równa

A. $15\sqrt{2}$

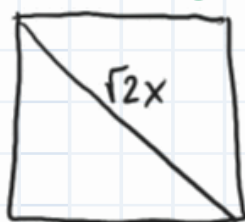
B. 45

C. $5\sqrt{2}$

D. 10

① Rysunek i oznaczenie kąta

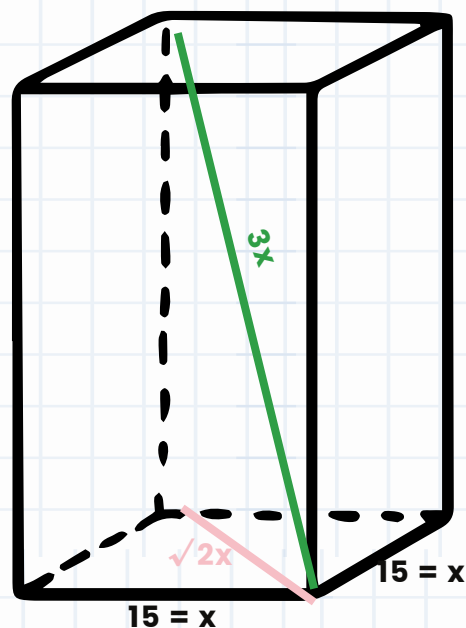
② Zauważamy z cos zależność



$$15 = x$$

$$\cos \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{15\sqrt{2}}{15 \cdot 3}$$

z tego wynika,
że przekątna $\Rightarrow$ B45



Przykłady zadań maturalnych

Jeśli potrzebujesz więcej przykładów, możesz zapisać się na nasze laby :)

Zadanie 2.

Liczba wszystkich ścian ostrosłupa prawidłowego jest równa 12.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich wierzchołków tego ostrosłupa jest równa

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

① liczba ścian $- 1 = x$ -kąt
np. dla ostrosłupa 3-kątnego mamy 4 ściany dlatego jest to M -kąt

② liczba ścian = liczba wierzchołków
dlatego B M

Zadanie 3.

W pewnym ostrosłupie prawidłowym stosunek liczby W wszystkich wierzchołków do liczby K wszystkich krawędzi jest równy $\frac{W}{K} = \frac{3}{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Podstawą tego ostrosłupa jest

A. kwadrat.

B. pięciokąt foremny.

C. sześciokąt foremny.

D. siedmiokąt foremny.

① Pnypis na wierzchołku dla x -kąta
ilość wierzchołków $= x + 1$

② Pnypis na liczbę krawędzi
ilość krawędzi $= 2x$

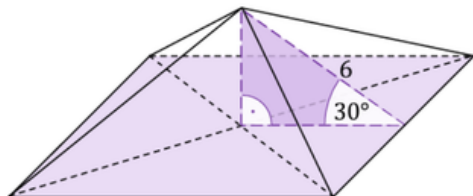
③ Dla każdej odpowiedzi
A $\frac{5}{8}$ B $\frac{6}{10}$ C $\frac{7}{12}$ D $\frac{8}{14}$
spełnia stosunek $\frac{3}{5}$

Przykłady zadań maturalnych

Jeśli potrzebujesz więcej przykładów, możesz zapisać się na nasze laby :)

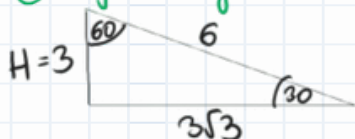
Zadanie 4.

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° i ma długość równą 6 (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

① Wyznaczamy H z trójkąta $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$



②  to jest połowa krawędzi podstawy

$$a = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

③ Objętość to

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3}^2 \cdot 3 = 108$$

④ Pole powierzchni całkowitej

$$P_c = P_p + 4ah$$

$$P_c = 108 + 4 \cdot 3\sqrt{3} \cdot 6 = 108 + 72\sqrt{3}$$

Twoja kolej, czyli zadanka z CKE



STUDENCKI TIP OD NATI



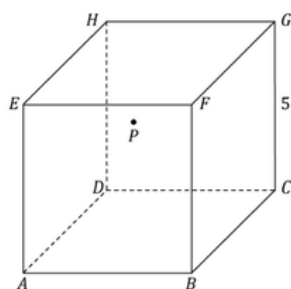
Potrzebujesz pomocy w rozwiązaniu zadań?
Zapraszamy na naszego Discorda.
Z chęcią pomożemy!

Materiały możesz
też wydrukować



Zadanie 1.

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 5. Wewnątrz sześcianu znajduje się punkt P (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma odległości punktu P od wszystkich ścian sześcianu $ABCDEFGH$ jest równa

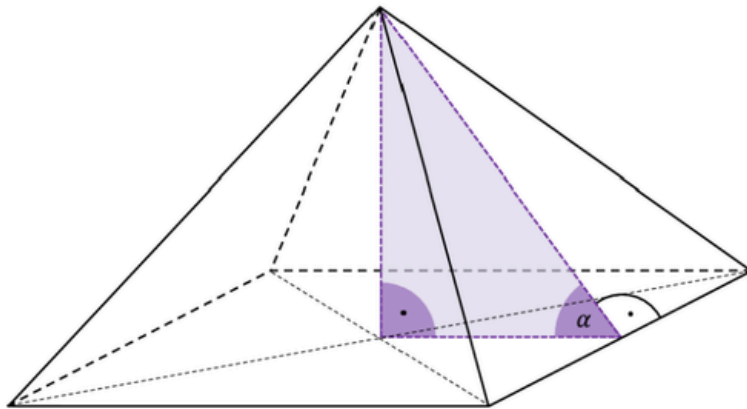
- A. 15 B. 20 C. 25 D. 30



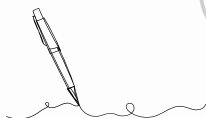
Twoja kolej, czyli zadanka z CKE

Zadanie 2.

Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 384. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze α taki, że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ (zobacz rysunek).



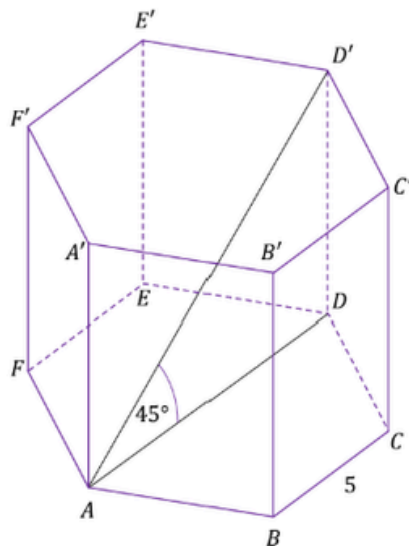
Oblicz wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

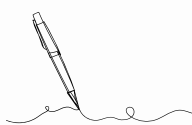


Tvoja kolej, czyli zadanka z CKE

Zadanie 3.

Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$, w którym krawędź podstawy ma długość 5. Przekątna AD' tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45° (zobacz rysunek).



 Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

A. 12,5

B. 25

C. 50

D. 100

Twoja kolej, czyli zadanka z CKE



Zadanie 4.

Długości trzech wychodzących z jednego wierzchołka krawędzi prostopadłościanu są trzema kolejnymi liczbami naturalnymi parzystymi. Najdłuższa krawędź tego prostopadłościanu ma długość 10.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe

A. 376

B. 466

C. 480

D. 720



Twoja kolej, czyli zadanka z CKE

Zadanie 5.



Masz pytania? Napisz do nas na instagramie!



TuMatura

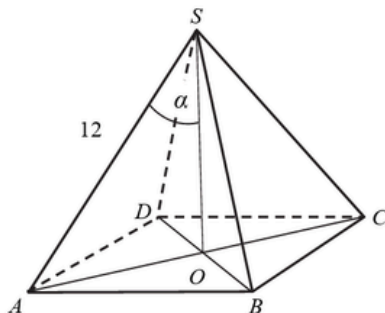


Kanał Stuencki

Długość krawędzi bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCD S$ jest równa 12.

(zobacz rysunek). Krawędź boczna tworzy z wysokością tego ostrosłupa kąt α taki, że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Oblicz objętość tego ostrosłupa.



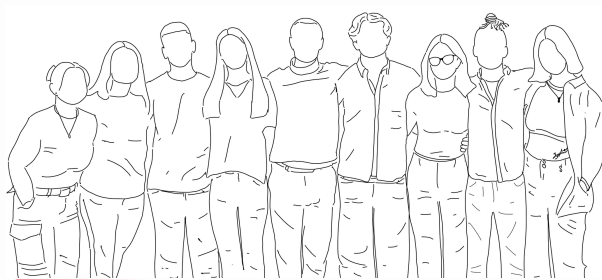
wspieramy *pro* STUDENTCKU



praktyka



nauka



przedsię
biorczość



inicjatywa

Dziękujemy za wspólną naukę. Mamy nadzieję,
że zdobywanie wiedzy było dla Ciebie
przyjemne. Do zobaczenia na studiach!

Powodzenia!

ŚLEDŹ DALEJ!



www.tumatura.pl



@tuMATURA



@tumatura

Wydane przez Fundację Kanał Studencki.
Wszelkie prawa zastrzeżone.



I DOŁĄCZ DO
STUDENCKIEJ
SPOŁECZNOŚCI!



@kanalstudencki



@kanal.studencki



www.kanalstudencki.pl



kontakt@kanalstudencki.pl

Fundacja **Kanał Studencki** prezentuje

MATEMATYKA

PODSTAWOWA

Zdaj maturę razem ze
studenckim podręcznikiem!

MATURA 2025

TEORIA
PRZYKŁADY
ZADANIA
STUDENCKIE TIPY
I WSKAZÓWKI
MATURALNE



MATERIAŁ Z NOTATEK
MOŻESZ OBEJRZEĆ
TAKŻE NA YOUTUBE!
@TUMATURA

Co dla Ciebie przygotowaliśmy?

- **3** HEJ, TO MY!
- **4** CZYM JEST TU.MATURA?
- **5** STEREOMETRIA
 - 11 GRANIASTOSŁUPY
 - 15 OSTROSŁUPY
 - 18 WALEC, STOŻEK, KULA

Available

LICZBY RZECZYWISTE
WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE
RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI
FUNKCJE
CIĄGI
TRYGONOMETRIA
PLANIMETRIA
GEOMETRIA ANALITYCZNA
STEREOMETRIA

COMING SOON

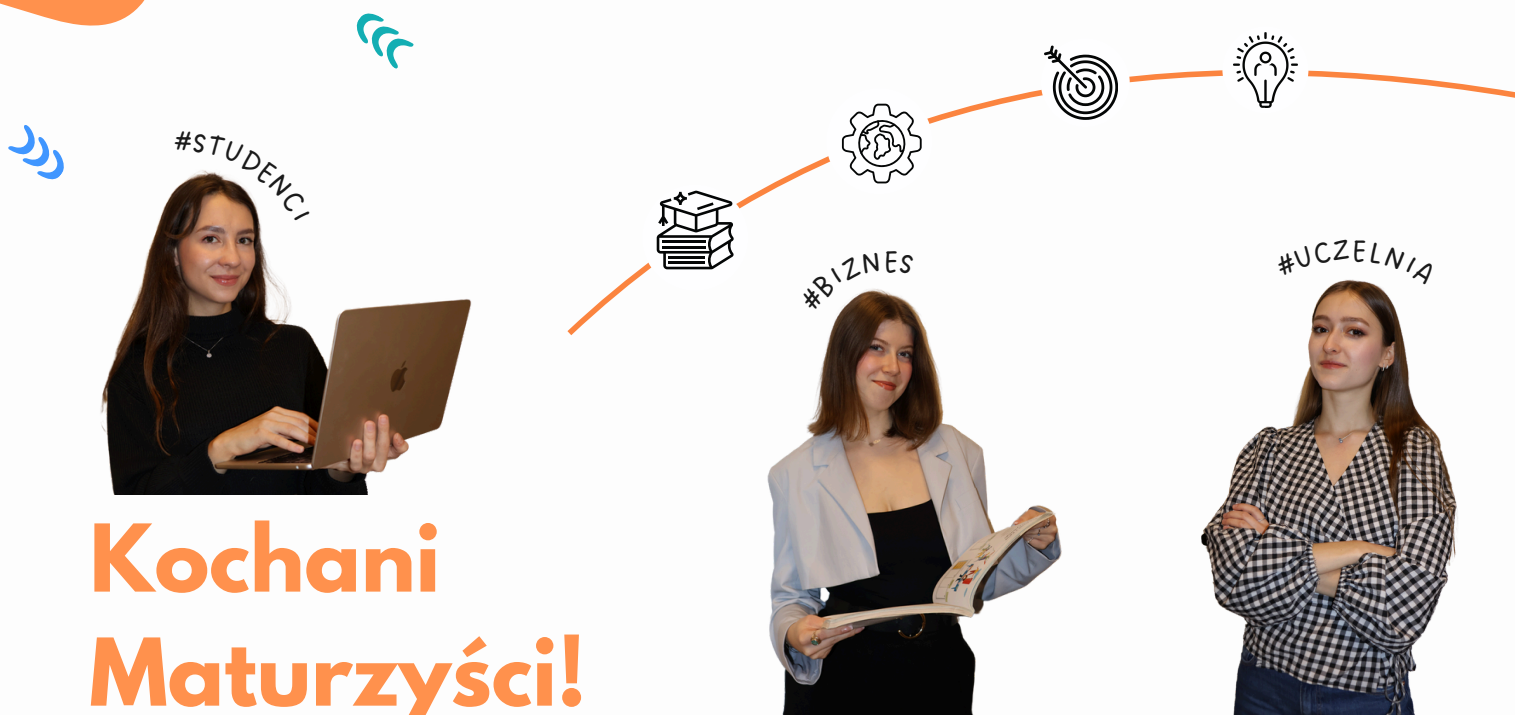
RACHUNEK
PRAWDOPODOBIENSTWA I
STATYSTYKA
OPTYMALIZACJA

Opracowanie merytoryczne: Emilia Nagłowska, Natalia Król

Korekta: Natalia Król

Oprawa graficzna i skład: Aleksandra Benowska

Fundacja, która łączy świat
studentów, biznesu i uczelni



Kochani Maturzyści!

Cieszymy się, że sięgnęliście po nasze pomoce naukowe. Życzymy Wam miłej nauki i mamy nadzieję, że nauka matematyki okaże się dla Was przyjemnością. Piszcie do nas śmiało i korzystajcie z tuMATURY!

**POWODZENIA! PAMIĘTAJCIE - ROZWIJAMY
SIĘ DLA WAS. MOŻECIE NA NAS LICZYĆ.**

Fundacja Kanał Studencki



Ola



Martyna



Natalia



Kaja

Wolontariuszka



Emilia

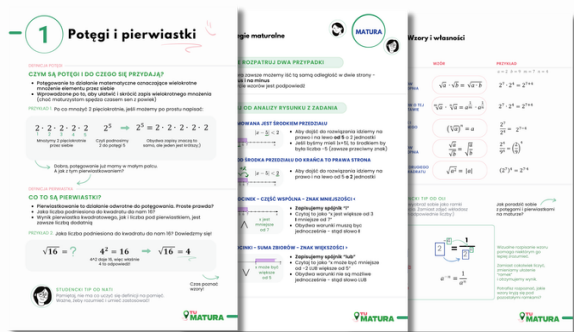


Czym jest tuMATURA?

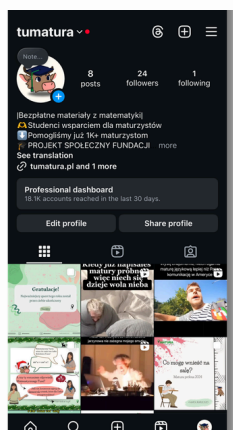
To projekt społeczny Fundacji Kanał Studencki wyrównujący szanse maturzystów w Polsce!



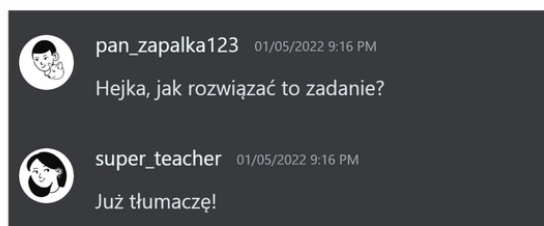
**UCZ SIĘ Z NASZYM
FILMAMI NA YOUTUBE!
@TUMATURA**



**MATERIAŁY DO NAUKI -
WYDRUKUJ LUB
ROZWIĄDUJ NA TABLECIE!**



**MATURALNE TIPY NA
INSTAGRAMIE
(PS. I ŚMIESZNE MEMY)
@TUMATURA**



**ZADAWAJ PYTANIA I
UCZ SIĘ Z INNYMI NA
DISCORDZIE**



9 Stereometria

Graniastopy

Ostopy

Walec, stożek i kula

