TU MATURA
możesz uczyć się tu!

Fundacja **Kanał Studencki** prezentuje

MATEMATYKA PODSTAWOWA

Zdaj maturę razem ze studenckim podręcznikiem!

MATURA 2025

TEORIA
PRZYKŁADY
ZADANIA
STUDENCKIE TIPY
I WSKAZÓWKI MATURALNE

MATERIAŁ Z NOTATEK MOŻESZ OBEJRZEĆ TAKŻE NA YOUTUBE!

@TUMATURA

Co dla Ciebie przygotowaliśmy?

Available

- LICZBY RZECZYWISTE
- WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE
- RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI
- FUNKCJE
- CIĄGI
- TRYGONOMETRIA
- PLANIMETRIA
- GEOMETRIA ANALITYCZNA

COMING SOON

- STEREOMETRIA
- RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA I STATYSTYKA
- OPTYMALIZACJA

Opracowanie merytoryczne: Emilia Nagłowska, Natalia Król
Korekta: Natalia Król
Oprawa graficzna i skład: Aleksandra Benowska

TU MATURA
możesz uczyć się tu!

Fundacja, która łączy świat studentów, biznesu i uczelni

#STUDENCI

#BIZNES

#UCZELNIA

Kochani Maturzyści!

Cieszymy się, że sięgnęliście po nasze pomoce naukowe. Życzymy Wam miłej nauki i mamy nadzieję, że nauka matematyki okaże się dla Was przyjemnością. Piszcie do nas śmiało i korzystajcie z tuMATURY!

POWODZENIA! PAMIĘTAJCIE - ROZWIJAMY SIĘ DLA WAS. MOŻECIE NA NAS LICZYĆ.

Fundacja Kanał Studencki

Martyna

Ola

Natalia

Kaja

Wolontariuszka

Emilia

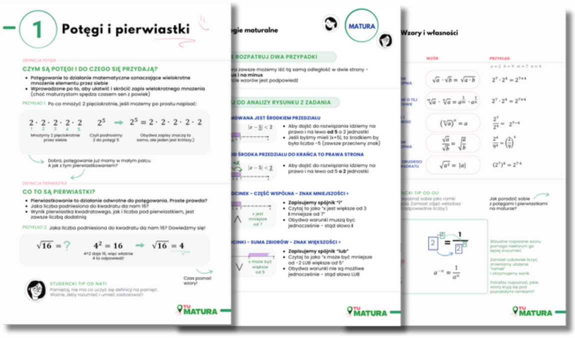
#Miejsce Twojego Rozwoju

FUNDACJA KANAŁ STUDENCKI

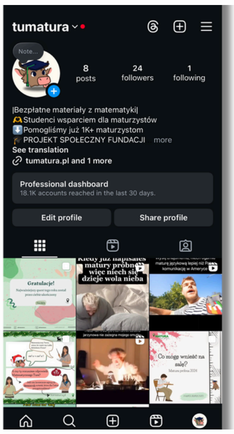
Czym jest tuMATURA?

To projekt społeczny Fundacji Kanał Studencki wyrównujący szanse maturzystów w Polsce!

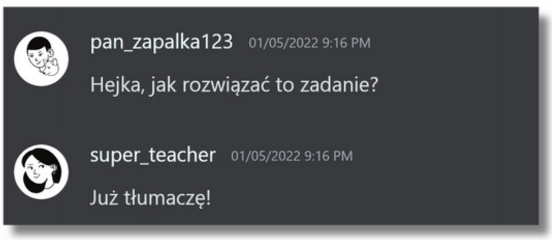
UCZ SIĘ Z NASZYMI FILMAMI NA YOUTUBE! @TUMATURA



MATERIAŁY DO NAUKI - WYDRUKUJ LUB ROZWIĄZUJ NA TABLECIE!



MATURALNE TIPY NA INSTAGRAMIE (PS. I ŚMIESZNE MEMY) @TUMATURA



ZADAWAJ PYTANIA I UCZ SIĘ Z INNYMI NA DISCORDZIE

8 Geometria analityczna

Prosta w układzie współrzędnych

Odcinek i okrąg w układzie współrzędnych

CHECKLISTA WYMAGAŃ SZCZEGÓŁOWYCH - CKE

STUDENCKI TIP OD OLI

Zastanów się, co już umiesz, a co jeszcze wymaga przećwiczenia. Warto zaglądać tu raz na jakiś czas - wtedy lepiej widzisz postęp!

UCZEŃ...

1. **rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;**

2. **oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;**

3. **posługuje się równaniem prostej na płaszczyźnie w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach**

4. **oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;**

5. **posługuje się równaniem okręgu**

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

GEOMETRIA ANALITYCZNA

Wzory i własności

NAZWA	WZÓR
DŁUGOŚĆ ODCINKA	$\lvert AB\rvert = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
WSPÓŁRZĘDNE ŚRODKA ODCINKA	$x_S = \frac{x_A + x_B}{2}$ $\quad y_S = \frac{y_A + y_B}{2}$
RÓWNANIE KIERUNKOWE PROSTEJ	$y = ax + b$
RÓWNANIE OGÓLNE PROSTEJ	$Ax + By + C = 0,$
PROSTE RÓWNOLEGŁE	$a_1 = a_2$
PROSTE PROSTOPADŁE	$a_1 \cdot a_2 = -1$
ODLEGŁOŚĆ PUNKTU OD PROSTEJ	$d = \frac{\lvert A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2}}$
RÓWNANIE OKRĘGU	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

KARTA WZORÓW

TAKĄ KARTĘ DOSTANIESZ NA MATURZE!

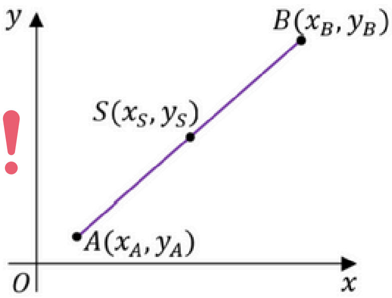
NA CO ZWRÓCIĆ UWAGĘ?

- Długość odcinka

Długość odcinka AB o końcach w punktach $A = (x_A, y_A)$ oraz $B = (x_B, y_B)$ jest równa:

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

!



- Współrzędne środka odcinka

Współrzędne środka $S = (x_S, y_S)$ odcinka AB o końcach w punktach $A = (x_A, y_A)$ oraz $B = (x_B, y_B)$ są równe:

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2} \qquad y_S = \frac{y_A + y_B}{2}$$

!

Z tych wzorów będziemy korzystać najczęściej

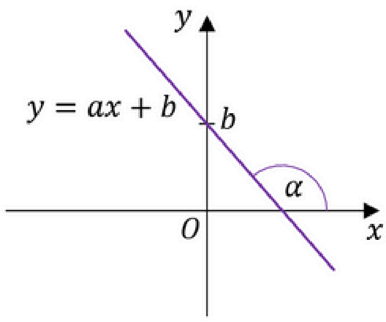
- Równanie kierunkowe prostej

Jeżeli prosta nie jest równoległa do osi Oy, to można opisać ją równaniem kierunkowym:

Funkcja liniowa -->

$$y = ax + b$$

!



Liczba a to współczynnik kierunkowy prostej.

$$a = \operatorname{tg} \alpha$$

Prosta o równaniu $y = ax + b$ przecina oś Oy w punkcie $(0, b)$.

- Równanie kierunkowe prostej o danym współczynniku kierunkowym a, która przechodzi przez punkt $P = (x_0, y_0)$:

$$y = a(x - x_0) + y_0$$

TAKĄ KARTĘ DOSTANIESZ NA MATURZE!

NA CO ZWRÓCIĆ UWAGĘ?

$$y - y_A = a(x - x_A)$$

gdzie

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad \text{gdy} \quad x_B \neq x_A$$

- Równanie ogólne prostej

$$Ax + By + C = 0, \quad \text{gdzie} \quad A, B, C \in \mathbb{R} \text{ i } A^2 + B^2 \neq 0$$

Jeżeli $A = 0$, to prosta jest równoległa do osi Ox; jeżeli $B = 0$, to prosta jest równoległa do osi Oy; jeżeli $C = 0$, to prosta przechodzi przez początek układu współrzędnych.

- Równanie ogólne prostej, która przechodzi przez dwa dane punkty $A = (x_A, y_A)$ oraz $B = (x_B, y_B)$:

$$(y - y_A)(x_B - x_A) - (y_B - y_A)(x - x_A) = 0$$

!

- Proste równoległe

Dwie proste o równaniach kierunkowych $y = a_1x + b_1$ oraz $y = a_2x + b_2$ są równoległe wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$a_1 = a_2$$

!

Równoległe, czyli nigdy się nie przetną

Dwie proste o równaniach ogólnych $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ oraz $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ są równoległe wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$A_1 \cdot B_2 - A_2 \cdot B_1 = 0$$

TAKĄ KARTĘ DOSTANIESZ NA MATURZE!

NA CO ZWRÓCIĆ UWAGĘ?

- Proste prostopadłe

Dwie proste o równaniach kierunkowych $y = a_1x + b_1$ oraz $y = a_2x + b_2$ są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy:

Bardzo ważna własność

$$a_1 \cdot a_2 = -1$$

!

Dwie proste o równaniach ogólnych $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ oraz $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 = 0$$

- Odległość punktu od prostej

Odległość d punktu $P(x_0, y_0)$ od prostej o równaniu ogólnym $Ax + By + C = 0$ jest równa:

$$d = \frac{|A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

!

- Równanie okręgu

Równanie okręgu o środku $S = (a, b)$ i promieniu $r > 0$ w postaci kanonicznej:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

!

Równanie okręgu o środku $S = (a, b)$ i promieniu $r > 0$ w postaci ogólnej:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

gdzie $c = a^2 + b^2 - r^2$.

TAKĄ KARTĘ DOSTANIESZ NA MATURZE!

NA CO ZWRÓCIĆ UWAGĘ?

- Współrzędne wektora, długość wektora, działania na wektorach

Dane są punkty $A = (x_A, y_A)$ oraz $B = (x_B, y_B)$. Współrzędne wektora $\overrightarrow{AB}$ zaczepionego w punkcie A:

$$\boxed{\overrightarrow{AB} = [x_B - x_A, y_B - y_A]}$$

Jeżeli $\vec{u} = [u_1, u_2]$ oraz $\vec{v} = [v_1, v_2]$ są wektorami oraz $a \in \mathbb{R}$, to:

$$\vec{u} + \vec{v} = [u_1 + v_1, u_2 + v_2] \qquad a \cdot \vec{u} = [a \cdot u_1, a \cdot u_2]$$

Długością $|\vec{u}|$ wektora $\vec{u} = [u_1, u_2]$ nazywamy liczbę

$$\boxed{|\vec{u}| = \sqrt{(u_1)^2 + (u_2)^2}}$$

- Przekształcenia geometryczne

Przesunięcie o wektor $\vec{u} = [a, b]$ przekształca punkt $P = (x, y)$ na punkt $P' = (x + a, y + b)$.

Symetria osiowa S_{Ox} względem osi Ox przekształca punkt $P = (x, y)$ na punkt $P' = (x, -y)$.

Symetria osiowa S_{Oy} względem osi Oy przekształca punkt $P = (x, y)$ na punkt $P' = (-x, y)$.

Symetria środkowa S_K względem punktu $K = (a, b)$ przekształca punkt $P = (x, y)$ na punkt $P' = (2a - x, 2b - y)$.

W szczególności symetria środkowa względem początku układu współrzędnych przekształca punkt $P = (x, y)$ na punkt $P' = (-x, -y)$.

TAKĄ KARTĘ DOSTANIESZ NA MATURZE!

NA CO ZWRÓCIĆ UWAGĘ?

- Pole trójkąta

Pole trójkąta ABC o wierzchołkach $A=(x_A,y_A)$, $B=(x_B,y_B)$ oraz $C=(x_C,y_C)$ jest równe:

$$P_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot|(x_B-x_A)(y_C-y_A)-(y_B-y_A)(x_C-x_A)|$$

- Współrzędne środka ciężkości trójkąta

Współrzędne środka ciężkości $S=(x_S,y_S)$ trójkąta ABC o wierzchołkach $A=(x_A,y_A)$, $B=(x_B,y_B)$ oraz $C=(x_C,y_C)$, czyli punktu przecięcia jego środkowych:

$$x_S=\frac{x_A+x_B+x_C}{3} \qquad y_S=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}$$

1 Prosta w układzie współrzędnych

CZYM ZAJMUJE SIĘ GEOMETRIA ANALITYCZNA?

Geometria analityczna to dział matematyki, który łączy geometrię z algebrą, używając układu współrzędnych do opisu figur i zależności między nimi. Dzięki niej można łatwo określać, czy punkty leżą na jednej prostej, liczyć odległości, znajdować środki odcinków, równania prostych czy analizować ich wzajemne położenie.

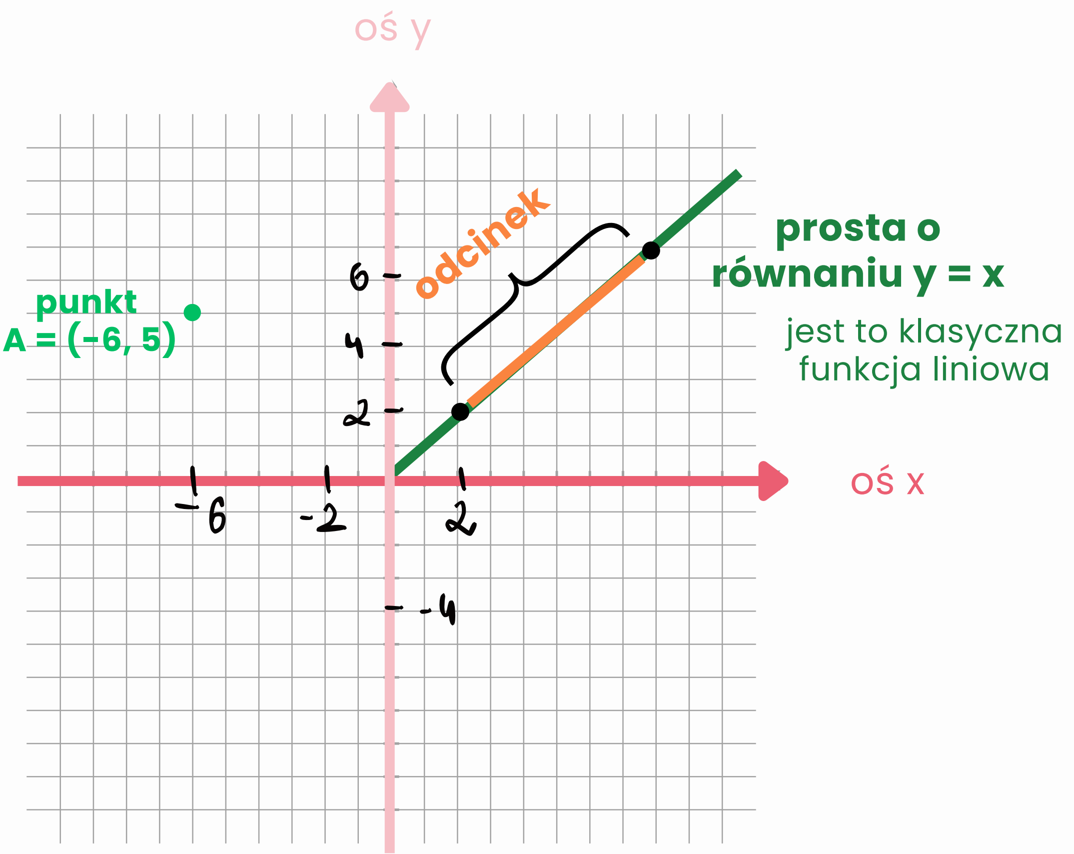
KILKA PODSTAWOWYCH DEFINICJI

Układ współrzędnych – najczęściej kartezjański. Mamy oś X i Y, każdy punkt ma przypisane współrzędne (x,y)

Punkt – określony przez swoje współrzędne w układzie, punkty oznaczamy z wielkich liter np. A, B, itd.

Prosta – opisana równaniem kierunkowym y=ax+b lub ogólnym Ax+By+C=0

Odcinek – część prostej ograniczona dwoma punktami, można obliczyć jego długość i środek (jako punkty ze współrzędnymi)



To jest układ współrzędnych

STUDENCKI TIP OD NATI

W układzie współrzędnych zawsze warto podpisać sobie kratki. To jaką skalę przyjmiemy zależy od nas, ale z reguły jedna kratka = 1

Już wiesz czym jest prosta, teraz nieco bardziej zagłębimy się w temat. Pierwszym ważnym pojęciem związanym z prostą jest równanie kierunkowe. Wygląda to tak:

$$y = ax + b$$

a = mówi nam jak stromo nachylona jest prosta, oraz czy jest funkcją rosnącą czy malejącą

b = punkt przecięcia prostej z osią Y, ma współrzędne (0, b)

a > 0 to funkcja jest rosnąca
a < 0 to funkcja jest malejąca

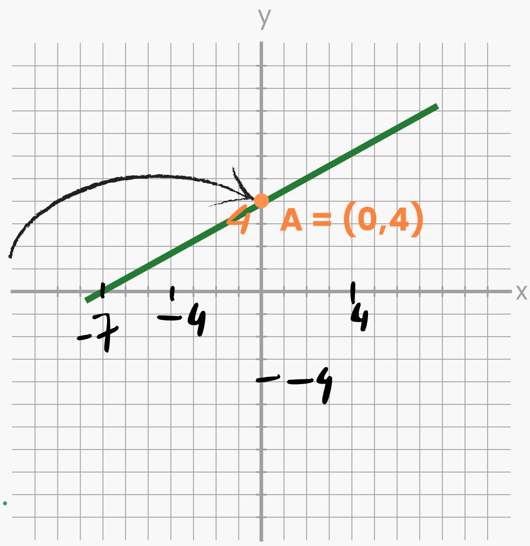
PRZYKŁAD 1

Na podstawie rysunku nr. 1 wyznacz równanie prostej

1. Chcemy wyznaczyć ***b*** -> Patrzymy w jakim punkcie prosta przecina oś y

(0,4) ponieważ pierwszą współrzędną odczytujemy z osi x a drugą z osi y

widzimy, że jest to punkt (0,4), zatem b=4



rysunek nr. 1

2. Aby wyznaczyć ***a*** patrzymy w jakich punktach możemy łatwo znaleźć punkty, które leżą na tej prostej. U nas będzie to (0,4) i (-7,0).

OPCJA 1: PODSTAWIAMY WSPÓŁRZĘDNE PUNKTÓW POD RÓWNANIE KIERUNKOWE PROSTEJ

y = ax + b
0 = a * (-7) + 4
4 = a * 0 + 4

7a = 4
a = 4/7

PS. Potrzebujesz dwóch punktów, aby policzyć równanie funkcji liniowej.
Mamy punkt A = (0,4) i B = (-7, 0)

OPCJA 2: LICZYMY PO KRATKACH

Pomiędzy tymi punktami idziemy 4 kratki do góry i 7 kratek w prawo. Dlatego a = 4/7

3. Zatem równanie tej prostej to y= 4/7x + 4

STUDENCKI TIP OD EMI

Jak to zapamiętać? Kratki, które idziemy góra/ dół to licznik ułamka a prawo/lewo to mianownik ułamka

RÓWNANIE OGÓLNE PROSTEJ

Oprócz równania kierunkowego prostej mamy jeszcze tzw. równanie ogólne postaci:

$$Ax + By + C = 0$$

Jak możemy przekształcić wyrażenie z postaci kierunkowej na ogólną?

Przerzucamy wszystko na jedną stronę równania. np.

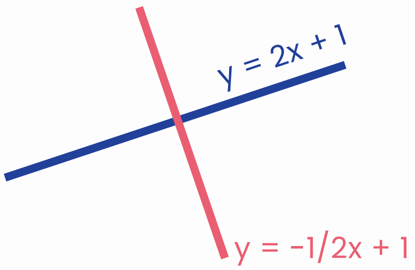
y= 4/7x + 4 --> -4/7x + y - 4 = 0

PROSTE PROSTOPADŁE I RÓWNOLEGŁE

PROSTE PROSTOPADŁE

- tworzą kąt prosty
- mają współczynnik kierunkowy ***a*** odwrotny i przeciwny

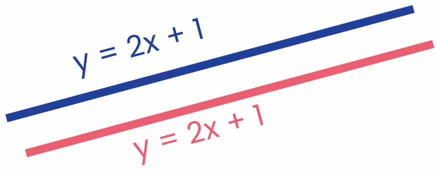
a1 * a2 = -1



PROSTE RÓWNOLEGŁE

- nigdy się nie przecinają
- mają takie same współczynniki kierunkowe ***a***

a1 = a2



ODLEGŁOŚĆ PUNKTU OD PROSTEJ

Do obliczenia odległości punktu od prostej wykorzystamy podany wzór.

$$d = \frac{|A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Aby wyznaczyć odległość punktu od prostej potrzebujemy.
a) równanie prostej w postaci ogólnej Ax + By + C = 0
b) punkt (x,y)

Aby wyznaczyć punkt przecięcia prostych o podanych równaniach musimy

1. Przyrównać oba równania do siebie -> w ten sposób wyznaczymy współrzędną x
2. Podstawić współrzędną x do jednego z równania prostej

PRZYKŁAD 1

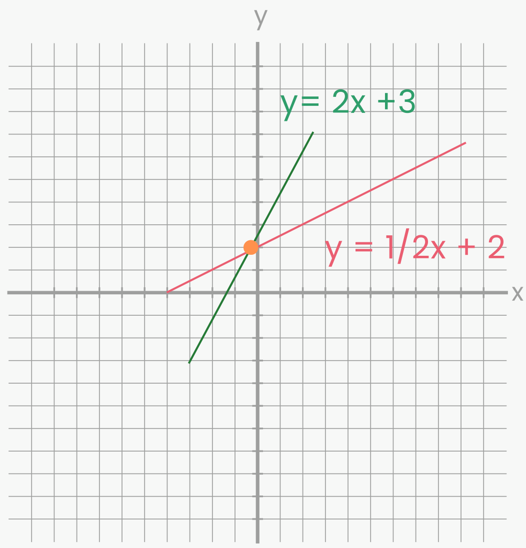
Mamy proste o równaniach $y = 1/2x + 2$ i $y = 2x + 3$. Chcemy wyznaczyć punkt przecięcia tych prostych (punkt wspólny)

1. przyrównujemy oba równania do siebie -> w ten sposób wyznaczymy współrzędną x

$$\frac{1}{2}x + 2 = 2x + 3$$
$$-1 = \frac{3}{2}x$$
$$x = -\frac{2}{3}$$

2. podstawiamy współrzędną x do jednego z równania prostej

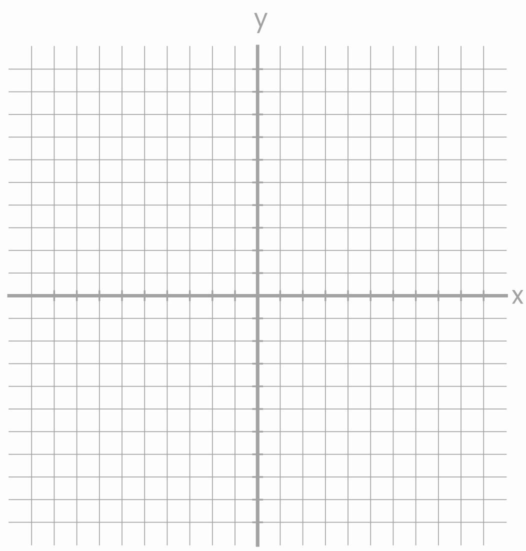
$$y = 2\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) + 3$$
$$y = -\frac{4}{3} + 3$$
$$y = 1\frac{2}{3}$$



Dwie proste mają tylko JEDEN punkt wspólny (chyba, że są równoległe, wtedy nie mają punktów wspólnych)

PRZYKŁAD 2: DLA CIEBIE

Mamy proste o równaniach $y = 1/4x + 4$ i $y = -4x + 3$. Chcemy wyznaczyć punkt przecięcia tych prostych.



TU MATURA

PRZYKŁAD 1

Dana jest prosta o równaniu y = x + 3 i punkt Z (5,2). Wyznacz odległość pomiędzy nimi.

1. Przekształcamy równanie z postaci kierunkowej na ogólną

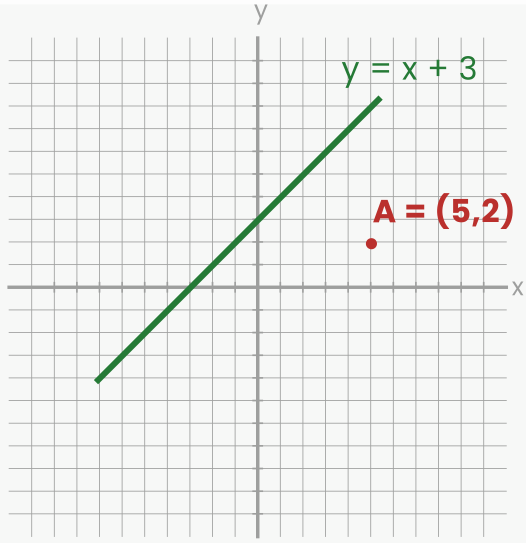
$$y = x + 3$$

$$-x + y - 3 = 0$$

A = -1 x = 5

B = 1 y = 2

C = -3

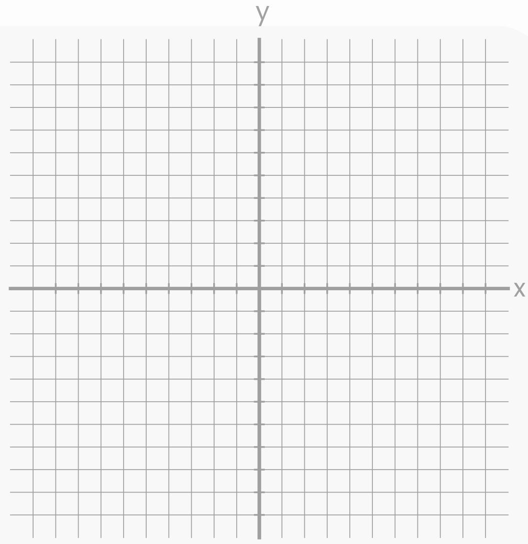


2. Podstawiamy do wzoru

$$\frac{|-1\cdot 5 + 1\cdot 2 + (-3)|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

PRZYKŁAD 2: DLA CIEBIE

Dana jest prosta o równaniu y = 3x + 5 i punkt Z (4,2). Wyznacz odległość pomiędzy nimi.



Jeżeli Ci to pomoże najpierw narysuj prostą i punkt.

STUDENCKI TIP OD NATI

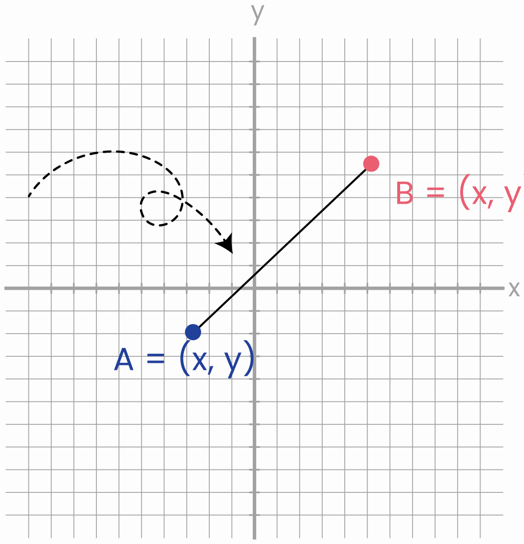
Rysunki to klucz do sukcesu.
Krok numer jeden w każdym zadaniu!

2 Odcinek i okrąg w układzie współrzędnych

JAK WYZNACZYĆ DŁUGOŚĆ ODCINKA ZNAJĄC JEGO KOŃCE?

Wyobraź sobie, że masz podaną sytuację:

Chcesz dowiedzieć się jaka jest długość tego odcinka



Twoim zadaniem jest wyznaczenie długości tego odcinka łączącego punkty A i B.

W takim wypadku zastosujesz wzór:

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

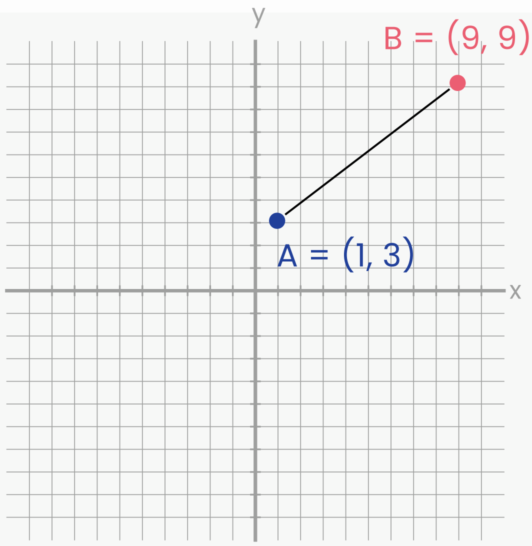
PRZYKŁAD 1

Jaka odległość dzieli punkt A (1,3) i B (9,9)?

OPCJA 1: KORZYSTAMY ZE WZORU

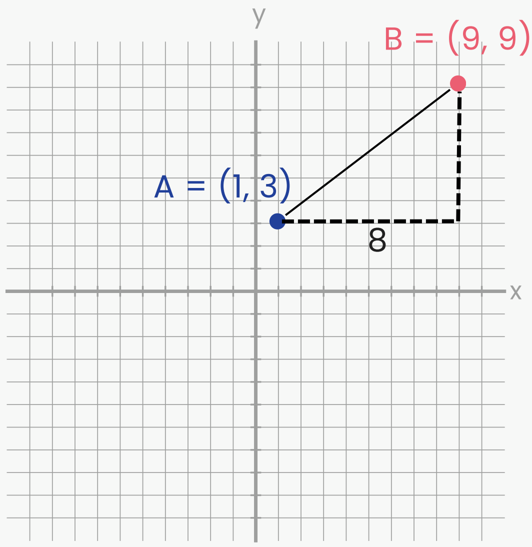
$$\sqrt{(9-1)^2+(9-3)^2} =$$

$$= \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$



OPCJA 2: WYKORZYSTUJEMY TWIERDZENIE PITAGORASA

Jeśli jesteś fanem Pitagorasa to coś dla ciebie. Patrzymy ile kratek dzieli punkt A od punktu B porównując współrzędne x i y.



Współrzędne x : 9-1 = 8
Współrzędne y: 9- 3 = 6

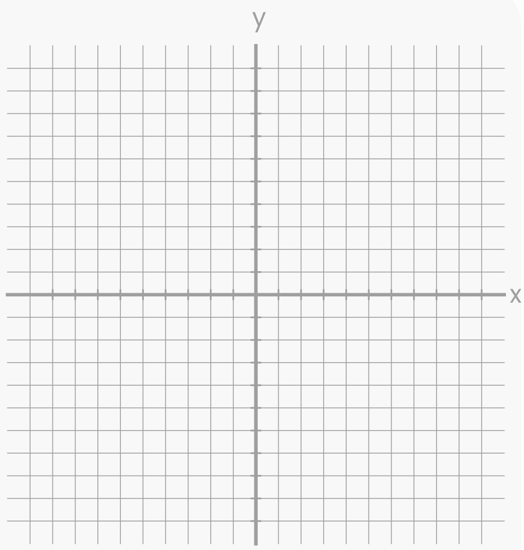
64 + 36 = d^2
d = 10

STUDENCKI TIP OD EMI

(Tak naprawdę to działa to na tej samej zasadzie co podany wzór ale dużo łatwiej zapamiętać to w ten sposób)

PRZYKŁAD 2: DLA CIEBIE

Oblicz długość odcinka o końcach w punktach (3,6) i (8,10)

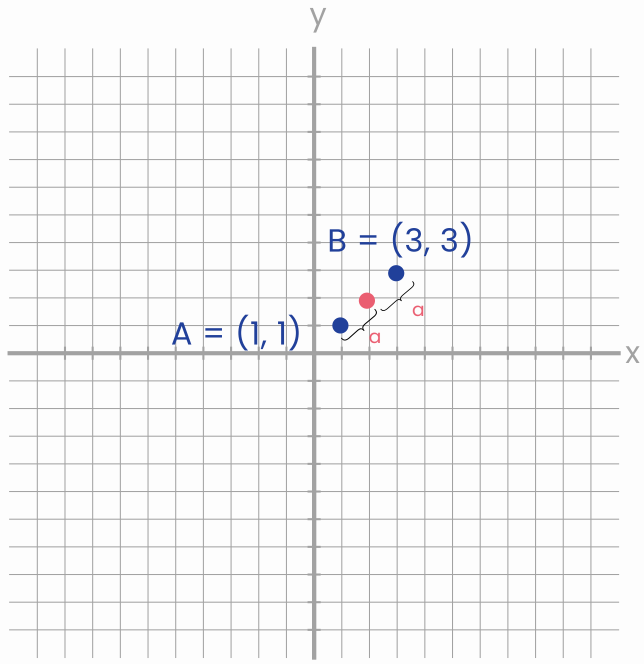


WSPÓŁRZĘDNE ŚRODKA ODCINKA

Aby wyznaczyć środek odcinka będziemy korzystać ze wzoru:

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2} \qquad y_S = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Jak najłatwiej zrozumieć ten wzór? Załóżmy że mamy punkty A (1,1) i B (3,3). Dość naturalnie możemy odgadnąć że środkiem będzie punkt (2,2). Dlaczego? Wykorzystujemy w głowie właśnie ten wzór liczymy "średnią" z tych dwóch punktów dla każdej ze współrzędnych osobno. Dlatego mamy
1+3 = 4 | 4/2 = 2 dla współrzędnych x
1+ 3 = 4 | 4/2 = 2 dla współrzędnych y



PRZYKŁADY DLA CIEBIE

Wyznacz współrzędne środka dla podanych par punktów.

a) A= (1,3) i B= (7,1)

c) E= (3,4) i F= (8,1)

b) C = (2,5) i D= (6,8)

d) G = (2,0) i H= (4,12)

Połączmy obie umiejętności

PRZYKŁAD 1

Dane są punkty A = (4,4) i B = (x,y), środkiem odcinka AB jest punkt C (2,1). Wyznacz współrzędne x i y oraz oblicz długość odcinka AB

1. Obliczamy długość odcinka BC

4-2 = 2 dla x
4- 1 = 3 dla y

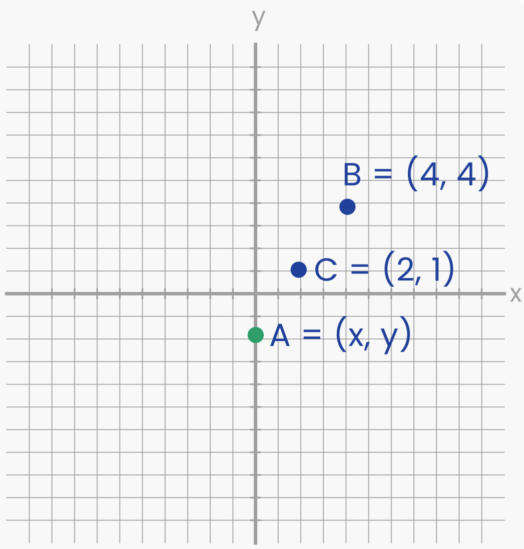
TWIERDZENIE PITAGORASA
4 + 9 = BC^2
BC = $\sqrt{13}$

2. Obliczamy długość odcinka AB

Skoro C jest środkiem odcinka AB to:
AB = 2*BC = 2$\sqrt{13}$

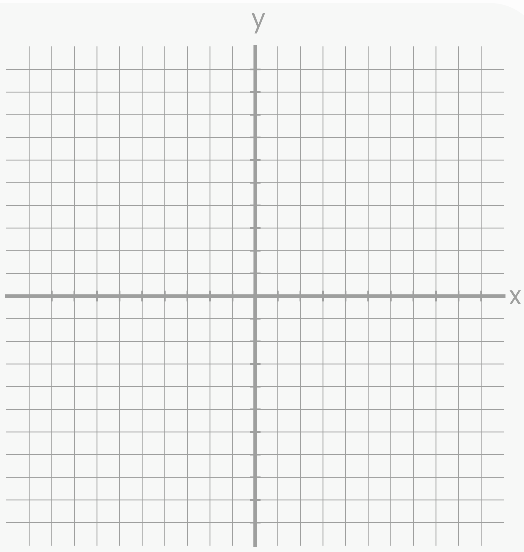
3. wyznaczamy punkt A

2-x = 2 dla x czyli x= 0
1- y = 3 dla y czyli y = -2
A= (0,-2)



PRZYKŁAD 2: DLA CIEBIE

Dane są punkty A = (1,4) i B = (x,y), środkiem odcinka AB jest punkt C (5,8). Wyznacz współrzędne x i y oraz oblicz długość odcinka AB



PODPOWIEDŹ:
1) wykorzystaj, że współrzędne C są średnią arytmetyczną punktów A i B
2) wyznacz długość połowy odcinka AB i pomnóż razy 2

RÓWNANIE OKRĘGU

Zazwyczaj w zadaniach dotyczących równania okręgu będziemy posługiwać się podanym wzorem:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Jest to tzw. postać kanoniczna

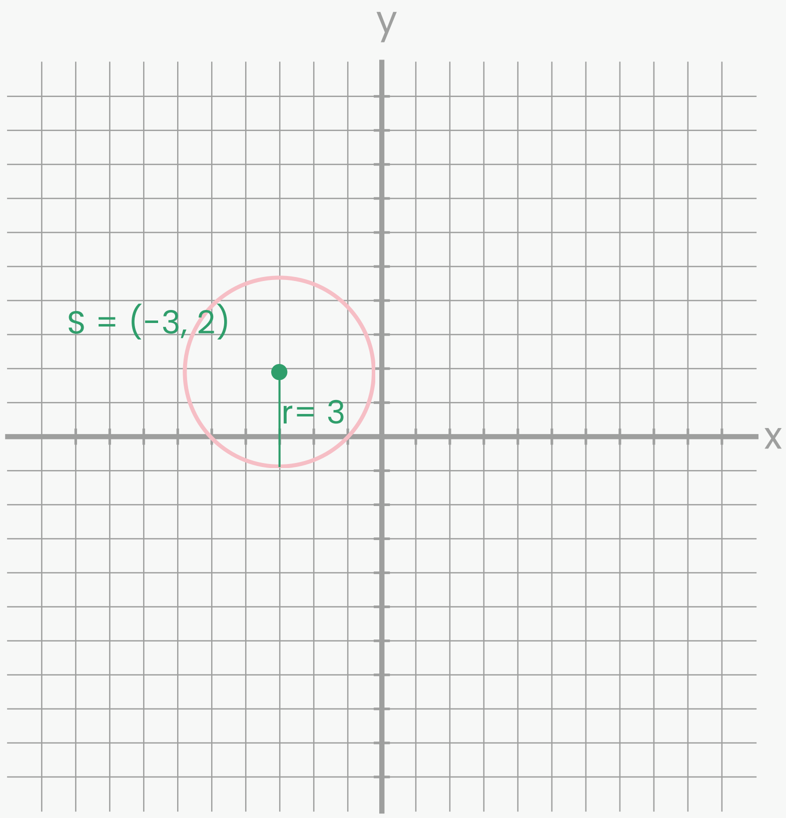
Liczby pod a i b mówią nam o współrzędnych środka okręgu. Natomiast r to promień okręgu.

PRZYKŁAD 1

Dany jest okrąg o równaniu (x+3)^2+(y-2)^2=9. Podaj jego promień oraz współrzędne środka.

1. promień to pierwiastek kwadratowy z wartości 9 czyli 3

2. Współrzędne punktu to liczby w nawiasach ale ze znakiem przeciwnym czyli (-3, 2)



Przykłady zadań maturalnych

Jeśli potrzebujesz więcej przykładów, możesz zapisać się na nasze laby :)

Zadanie 1.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $K = (-7, -2)$ oraz $L = (-1, 4)$ są wierzchołkami trójkąta równobocznego KLM.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta KLM jest równe

A. $17\sqrt{2}$ **B.** $17\sqrt{3}$ **C.** $18\sqrt{2}$ **D.** $18\sqrt{3}$

① Obliczamy długość boku $|KL|$

$$6^2 + 6^2 = |KL|^2$$

$$36 + 36 = 72$$

$$|KL| = 6\sqrt{2}$$

② Wykorzystujemy wzór na pole trójkąta równobocznego

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \qquad P = \frac{72\sqrt{3}}{4} = 18\sqrt{3}$$

Zadanie 2.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o środku w punkcie $S = (4, -2)$. Okrąg $\mathcal{O}$ jest styczny do osi Ox układu współrzędnych.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

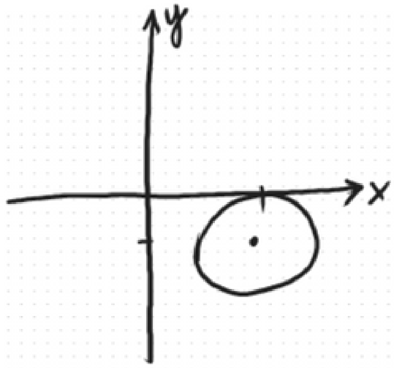
Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 4$ **B.** $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 2$

C. $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 4$ **D.** $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 2$

① Rysujemy

skoro jest $\boxed{\text{styczny}}$ do OX to oznacza że ma promień 2



② Równanie wygląda tak

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 4$$

Przykłady zadań maturalnych

Jeśli potrzebujesz więcej przykładów, możesz zapisać się na nasze laby :)

Zadanie 3.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są proste k oraz l o równaniach

$$k:\ y = -\frac{1}{2}x - 7$$

$$l:\ y = (2m - 1)x + 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy

A. $m = \left(-\frac{1}{2}\right)$ **B.** $m = \frac{1}{4}$ **C.** $m = \frac{3}{2}$ **D.** $m = 2$

① proste są równoległe gdy mają taki sam a dlatego

$$-\frac{1}{2}x = (2m-1)x$$

$$-\frac{1}{2}x = 2mx - x$$

$$\frac{1}{2}x = 2mx$$

$$m = \frac{1}{4}$$

Zadanie 4.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są prosta k o równaniu $y = \frac{3}{4}x - \frac{7}{4}$ oraz punkt $P = (12, -1)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta przechodząca przez punkt P i równoległa do prostej k ma równanie

A. $y = -\frac{3}{4}x + 8$ **B.** $y = \frac{3}{4}x - 10$

C. $y = \frac{4}{3}x - 17$ **D.** $y = -\frac{4}{3}x + 15$

① jest równoległa dlatego $a = \frac{3}{4}$

② podstawiamy punkt P pod równanie prostej

$$-1 = \frac{3}{4} \cdot 12 + b$$

$$-10 = b$$

RÓWNANIE $y = \frac{3}{4}x - 10$

TU MATURA

Twoja kolej, czyli zadanka z CKE

STUDENCKI TIP OD NATI

Potrzebujesz pomocy w rozwiązaniu zadań?
Zapraszamy na naszego Discorda.
Z chęcią pomożemy!

Materiały możesz też wydrukować

Zadanie 1.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkt $A = (-1, -4)$ jest wierzchołkiem równoległoboku $ABCD$. Punkt $S = (2, 2)$ jest środkiem symetrii tego równoległoboku.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej AC równoległoboku $ABCD$ jest równa

A. $\sqrt{5}$ **B.** $2\sqrt{5}$ **C.** $3\sqrt{5}$ **D.** $6\sqrt{5}$

Zadanie 2.

Prosta k ma równanie $y = -\frac{4}{7}x + 24$. Współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej k jest równy

A. $\frac{7}{4}$ **B.** $\left(-\frac{7}{4}\right)$ **C.** $\left(-\frac{4}{7}\right)$ **D.** $\frac{4}{7}$

Twoja kolej, czyli zadanka z CKE

Zadanie 3.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-1, 5)$ oraz $C = (3, -3)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole kwadratu $ABCD$ jest równe

A. $8\sqrt{10}$ **B.** $16\sqrt{5}$ **C.** 40 **D.** 80

Zadanie 4.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg $\mathcal{O}$ o środku $S = (-1, 2)$ i promieniu 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg $\mathcal{O}$ jest określony równaniem

A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ **B.** $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3$

C. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ **D.** $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 3$

Twoja kolej, czyli zadanka z CKE

Zadanie 5.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu $y = -7x + 3$. Prosta l jest równoległa do prostej k i przecina oś Oy w punkcie $(0, 6)$. Punkt o współrzędnych $(1, p)$ należy do prostej l.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba p jest równa

A. (-4) **B.** (-1) **C.** $\frac{5}{7}$ **D.** 7

Zadanie 6.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są proste k oraz l o równaniach

$$k\colon\ y = \frac{2}{3}x$$

$$l\colon\ y = -\frac{3}{2}x + 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Proste k oraz l

A.	są prostopadłe	i przecinają się w punkcie P o współrzędnych	**1.**	$(-6, -4)$
			2.	$(6, 4)$
B.	nie są prostopadłe		**3.**	$(-6, 4)$

wspieramy

po STUDENTCKU

praktyka

nauka

przedsię
biorczość

inicjatywa

Dziękujemy za wspólną naukę. Mamy nadzieję, że zdobywanie wiedzy było dla Ciebie przyjemne. Do zobaczenia na studiach!

Powodzenia!

ŚLEDŹ DALEJ!

TU MATURA

www.tumatura.pl

@tuMATURA

@tumatura

FUNDACJA KANAŁ STUDENCKI

I DOŁĄCZ DO STUDENCKIEJ SPOŁECZNOŚCI!

@kanalstudencki

@kanal.studencki

www.kanalstudencki.pl

kontakt@kanalstudencki.pl